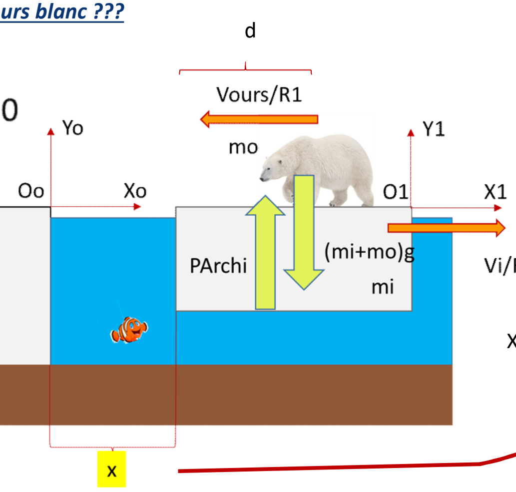
Et pour notre ours blanc ???

t = 0



La somme des forces extérieures au système ours + glace est nulle car le poids est compensé par la poussée d'Archimède !

→ Conservation de p(E) !

Xf = [Vi/Ro] *T (temps de parcours)

et : Vo/R1 = d/T

Vit absolue Vit relative Vit entrainement

Composition des vitesses $\overrightarrow{Vo/Ro} = \overrightarrow{Vo/R1} + \overrightarrow{Vo \in R1/Ro}$ (a)

Conservation de p(E) $\vec{0} = mi * \overrightarrow{Vi/R0} + mo * \overrightarrow{Vo/R0}$ (b)

Globalement négatif (l'ours se rapproche du continent)

En projection (a) Vo/Ro = -Vo/R1 + Vi/Ro

(b) mi.Vi/Ro + mo*Vo/Ro = 0

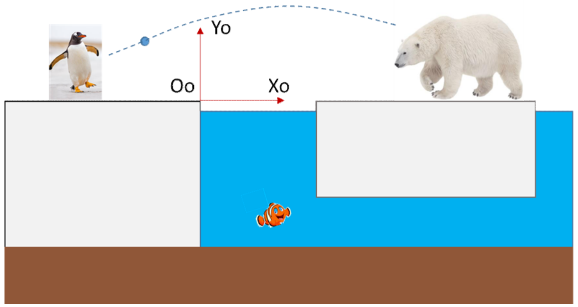
Globalement Négatif

mi.Vi/Ro +mo* [-Vo/R1 + Vi/Ro]= 0

⇓

$$Vi/Ro = \frac{+mo*\frac{Vo}{R1}}{mi+mo} = \frac{+mo*\frac{d}{T}}{mi+mo}$$

Un autre exemple de conservation de la quantité de vitesse



Voyant la scène et pour se moquer de son ami, le pingouin sur la glace lance une boule de neige sur lui. Que se passe t-il ?

→ *La quantité de vitesse du système pingouin + boule se conserve, donc la vitesse de la boule étant dirigée vers l'avant, le pingouin glisse en arrière… et tombe…*

Moralité : au lieu de se moquer des autres il faut bosser sa mécanique !

Au secours de l'ours blanc

Un ours blanc de masse « mo » somnole sur un morceau de banquise de masse « mi » qui se détache.

Il s'en aperçoit et galope vers la fracture qui vient d'apparaître pour regagner la terre ferme.

Sachant qu'il était à x mètres de la fracture, quelle sera la largeur de cette dernière quand il arrivera au bord si le morceau de banquise se déplace sans frottement sur l'eau (travailler malgré tout en coordonnées cartésiennes, pas en polaires…) ?

Point matériel

Cinématique du point

On étudie les mouvements de points sans se préoccuper ni des forces, ni des masses.

Cinétique du point

On ajoute la notion de masse, c'est le cas du point matériel en mouvement.

On attribue désormais une quantité de matière au point courant M.
M est alors désigné comme étant un point matériel.

La mesure de la matière contenue est la masse [kg].

On passe ainsi de la cinématique du point à la cinétique du point (mouvement et masse)…

Hypothèse :

∀M, ∀t1 et t2 : $\boxed{m(t1) = m(t2)}$

→ La masse est dite « conservative ».

Centre d'inertie (ou centre des masses)

On considère un ensemble E de n points matériels Mi (mi).
G est centre d'inertie de E si et seulement si :

Vecteur position de MI relativement à G

Somme discrète (Sigma majuscule)

$$\sum_{i=1}^{i=n} \overrightarrow{GM_i}.m_i = \vec{0}$$

Si i = 2 $\overrightarrow{GM_1}.m_1 + \overrightarrow{GM_2}.m_2 = \vec{0}$

- *G est unique*
- *G ∈ axes de symétrie éventuels de E*
- *G n'est pas un point matériel physique de E (ex : un donuts, G est au centre dans le vide…)*

Relation barycentrique

Le but de cette relation, c'est de déterminer la position de G dans un repère.

→ Si ce repère est absolu (absolument fixe), en dérivant deux fois cette position on calculera l'accélération absolue de G, ce qui autorisera alors l'écriture du P.F.D.

$$\sum_i (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OMi}) * mi = \vec{0}$$

O centre du repère

$$\sum_i (\overrightarrow{GO}) * mi + \sum_i \overrightarrow{OMi} * mi = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{GO} \underbrace{\sum_i mi} + \sum_i \overrightarrow{OMi} * mi = \vec{0}$$

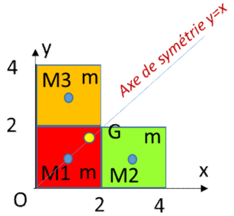
$$\overrightarrow{GO} * m(E) + \sum_i \overrightarrow{OMi} * mi = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{m(E)} \sum_i \overrightarrow{OMi} * mi$$

$\overrightarrow{GO} = -\overrightarrow{OG}$

$$\boxed{\overrightarrow{OG} = \frac{1}{m(E)} \sum_i \overrightarrow{OMi} * mi}$$

Exemple



G ?
xG et yG ?

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{m(E)} \sum_i \overrightarrow{OMi} * mi$$

On projette…

$$xG = \frac{1}{m(E)} \sum_i xMi * mi \qquad yG = \frac{1}{m(E)} \sum_i yMi * mi$$

$$xG = \frac{1}{3m}(xM1 * m + xM2 * m + xM3 * m)$$

M1(1,1,0)
M2(3,1,0)
M3(1,3,0)

$$xG = \frac{1}{3m}(1 * m + 3 * m + 1 * m) \qquad yG = \frac{1}{3m}(1 * m + 1 * m + 3 * m)$$

$$xG = \frac{5}{3} \qquad yG = \frac{5}{3}$$

G est bien sur l'axe de symétrie de E…

Quantité de vitesse

On l'appelle aussi QUANTITE DE MOUVEMENT, ou RESULTANTE CINETIQUE relativement à R.

$$\boxed{\vec{p}_{M/R} = m.\vec{V}_{M/R}}$$

Pour E composé de n points M_i de masses m_i :

p somme = somme des pi

$$\vec{p}_{E/R} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{p}_{M_i/R} = \sum_{i=1}^{i=n} m_i.\vec{V}_{M/R} = \sum_{i=1}^{i=n} m_i.\left\{\frac{d}{dt}\overrightarrow{OM_i}\right\}_R$$

$$\Leftrightarrow \vec{p}_{E/R} = \left\{\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{i=n} m_i.\overrightarrow{OM_i}\right\}_R = \left\{\frac{d}{dt} m_E.\overrightarrow{OG}\right\}_R = mE.\left\{\frac{d}{dt}.\overrightarrow{OG}\right\}_R$$

dérivée somme = somme des dérivées

Attention si et seulement si la masse est conservative

$$\boxed{\vec{p}_{E/R} = mE.\vec{V}_{G/R}}$$

G centre des masses joue le rôle d'ambassadeur… il représente l'ensemble…

Conservation de la résultante cinétique

PFD équation de résultante :

$$\vec{F}_{\bar{E}/E} = m_E.\vec{a}_{G/R_o}$$

seconde loi de newton (1687)

Si $\underbrace{\vec{F}_{\bar{E}/E} = \vec{0}}_{Hypothèse}$, alors $\quad m_E.\vec{a}_{G/R_o} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \left\{\frac{d}{dt} m_E \vec{V}_{G/R_o}\right\} = \vec{0}$$

On intègre $\quad \Leftrightarrow \quad m_E\vec{V}_{G/R_o} = \vec{k} \quad$: *vecteur constant*

$$Soit\ \vec{p}_{E/R_0} = \overrightarrow{constante}$$

Le vecteur quantité de vitesse (ou mouvement) se conserve si les forces extérieures à E sont nulles.

$$\boxed{\vec{F}_{\bar{E}/E} = \vec{0} \qquad \vec{p}_{E/Ro} = \vec{K}}$$

La conservation de la quantité de vitesse traduit finalement la <u>première loi de newton</u> :

> *Tout objet reste au repos ou en mouvement rectiligne uniforme tant qu'aucune force extérieure n'agit sur lui.*
>
> *première loi de newton (1687)*