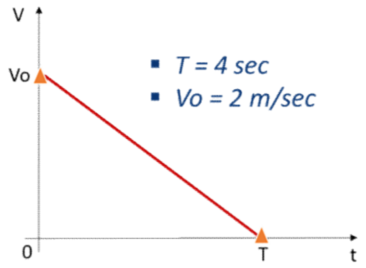
Résolution de notre problème

Graphe supposé de la vitesse



Calcul de e :

TEC appliqué à la voiture (volant compris)

$$P_{(\bar{S}/S,S/R_0)} = \frac{d}{dt} E_{C(S/R_0)}$$

$-0{,}1.mg.x' = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(m.x'^2 + J.\omega volant^2)$

Avec $\omega volant = \omega roue/k$ et $\omega roue = x'/R$

$-0{,}1.mg = (m+\frac{J}{k^2.R^2}).x''$

Forme de PFD

Soit $J = m.k^2.R^2\left(-0{,}1\frac{g}{x''} - 1\right)$ [kg.m²]

Si $x'' = -V/T = -0{,}5$ m/s²

Rôle important de k pour diminuer la valeur de J !

$J = 0{,}1.\frac{1}{9^2}.0{,}008^2.(-0{,}1.\frac{9{,}81}{-0{,}5} - 1) = 7{,}6.10E-8 \text{ kg.m}^2$

Pour un cylindre $J = M.r^2/2 = \rho.\pi.r^4 e/2$

$e = 2J/(\rho.\pi.r^4)$

$e = 2.7{,}6\text{-}10^E\text{-}8/(7800.\ \pi.\ 0{,}007^4) = 2{,}5$ mm…

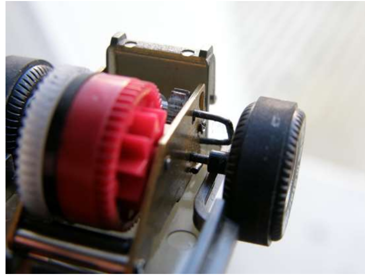
Mécanique du Solide
Dossier 5 – Energétique

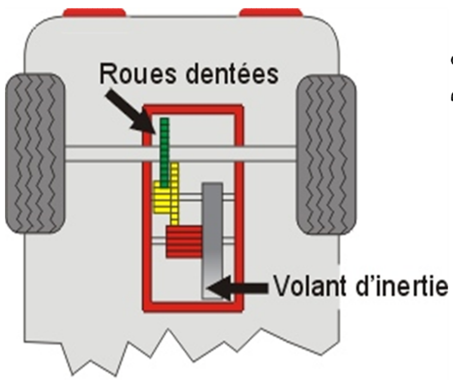
Ce document est une synthèse du cours présenté

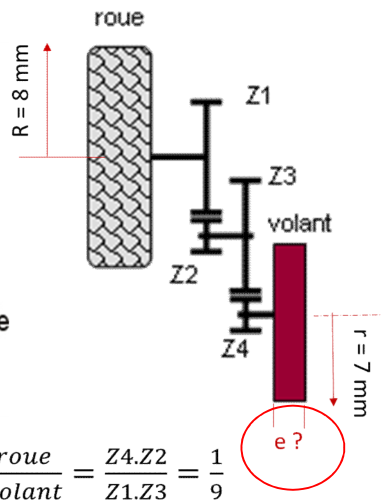
Problématique

Dans une voiture à friction, le volant d'inertie est lancé préalablement, voiture en main, et permet le stockage d'énergie cinétique.
Puis la voiture est lâchée, l'énergie cinétique du volant est transférée à la voiture et dissipée en chaleur par les frottements…

On souhaite déterminer les dimensions du volant d'inertie d'une voiture à friction dont la course est donnée → Calcul de e….

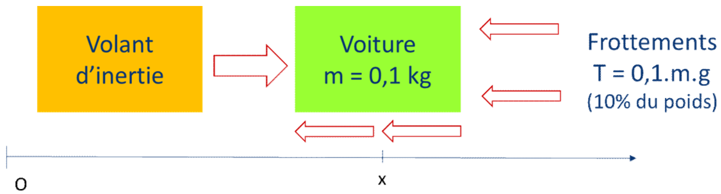






- Z1 = Z3 = 30
- Z2 = Z4 = 10

$$K = \frac{\omega roue}{\omega volant} = \frac{Z4.Z2}{Z1.Z3} = \frac{1}{9}$$



Energie mécanique

L'énergie mécanique permet à un corps de changer d'état.

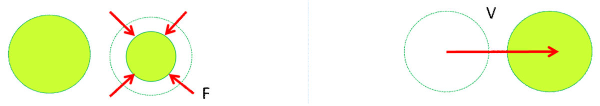
Elle possède 2 natures :

Modification de la forme

Énergie potentielle Ep

Modification de la vitesse

Énergie cinétique Ec

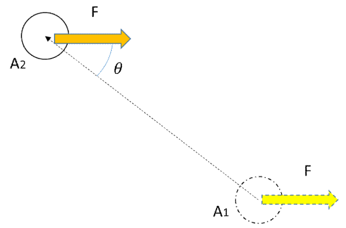


Travail mécanique

Le travail W d'une force sur un corps correspond à l'énergie qu'elle lui fournit quand son point d'application se déplace.

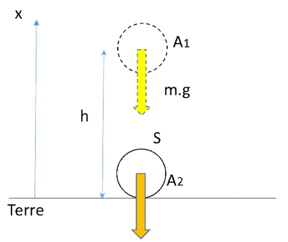
Il permet les déformations et les mouvements.

$$\boxed{W = \vec{F}\cdot\overrightarrow{A_1A_2}}$$



W initialement en [N.m], finalement en JOULE [J] pour éviter toute confusion avec le moment d'une force.

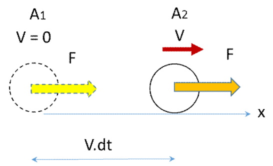
Déformation du système Terre + S



W =

Ep =

Mouvement en translation de S



PFD → δW =

Ec =

Cas du solide et de l'énergie cinétique

Pour un point : $E_{C(M/R_0)} = \frac{1}{2} m\vec{V}^2_{(M/R_0)} \rightarrow$ pour un solide : $E_{C(S/R_0)} = \int_S \frac{1}{2}\vec{V}^2_{(M/R_0)}\,dm$

Si M et A appartiennent à S, il vient : $E_{C(s/R_0)} = \int_S \frac{1}{2}\left[\vec{V}_{A\in S/R_0} + \vec{\Omega}_{S/R_0} \wedge \overrightarrow{AM}\right]^2 dm$

Après développement :

$$\boxed{E_{C(S/R_0)} = \frac{1}{2} m\vec{V}^2_{A\in S/R_0} + \frac{1}{2}\vec{\Omega}_{S/R_0}\cdot\bar{\bar{I}}_{(A,S)}\cdot\vec{\Omega}_{S/R_0} + m\vec{V}_{A\in S/R_0}\cdot\left(\vec{\Omega}_{S/R_0} \wedge \overrightarrow{AG}\right)}$$ [J]

Remarque :

- les intégrales sont « déjà » calculées (dans $\bar{\bar{I}}$ notamment…),
- il n'y a plus de point M,
- Ec est toujours positive ou nulle,
- E_C ne dépend pas du point d'écriture, en général c'est le point d'écriture de $\bar{\bar{I}}$ qui détermine le choix…

Puissance développée sur un solide S relativement à Ro:

C'est l'énergie dépensée par unité de temps → expression en fonction des vitesses :

$$\boxed{P_{\left(\underbrace{\bar{S}/S}_{forces},\underbrace{S/R_0}_{mvt}\right)} = \vec{F}_{\bar{S}/S}\cdot\vec{V}_{G\in S/R_0} + \vec{m}_{\bar{S}/S}\cdot\vec{\Omega}_{S/R_0}}$$ [W]

Si P > 0 alors l'action mécanique participe à la croissance du paramètre → effet moteur.

Sinon avec P < 0 , c'est l'effet résistant qui est traduit …

Théorème de l'énergie cinétique:

Il est issu du PFD.
En général si on veut calculer des forces on utilise de préférence le PFD.
Si on préfère une équation entre paramètres du mouvement, on utilise le TEC.

$$\begin{cases} *\ \vec{V}_{G,S/R_0} \\ *\ \vec{\Omega}_{S/R_0} \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{F}_{\bar{S}/S} = m\vec{a}_{(G\in S/R_0)} \quad (1) \quad = \int_S \vec{a}_{(M/R_0)}\,dm \\ \vec{m}_{G,\bar{S}/S} = \vec{\delta}_{G,S/R_0} \quad (2) \end{cases}$$

$$(1)+(2) \rightarrow \underbrace{\vec{F}_{\bar{S}/S}\cdot\vec{V}_{G,S/R_0} + \vec{\Omega}_{S/R_0}\cdot\vec{m}_{G,\bar{S}/S}}_{P_{(\bar{S}/S,S/R_0)}} = m\vec{a}_{(G\in S/R_0)}\cdot\vec{V}_{G,S/R_0} + \vec{\delta}_{G,S/R_0}\cdot\vec{\Omega}_{S/R_0}$$

Tous calculs effectués :

$$\boxed{P_{(\bar{S}/S,S/R_0)} = \frac{d}{dt}E_{C(S/R_0)}}$$

[J/s = W]

Intégrale première:

On définit l'énergie potentielle associée à une action mécanique sur S la quantité vérifiant :

$$P_{(\bar{S}/S,S/R_0)} = -\frac{d}{dt}E_{p(\bar{S}/S,S/R_0)}$$

Exemple : de A2 vers A1

$P_{(Terre/S,S/R_0)} = -mg\vec{x}.\frac{dx}{dt}.\vec{x} = -mg\frac{dx}{dt} = -\frac{d}{dt}(mgx + k)$

ainsi $E_{p_{pesanteur}} = mgx + k$ avec par convention $EP = 0$ si $x = 0$ soit $k = 0$ …

Si la puissance dérive d'une énergie potentielle, alors le TEC devient :

$$\frac{d}{dt}E_{c(S/R_0)} = P_{(\bar{S}/S,S/R_0)} = -\frac{d}{dt}E_{p(\bar{S}/S,S/R_0)} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d}{dt}E_{c(S/R_0)} + \frac{d}{dt}E_{p(\bar{S}/S,S/R_0)} = 0$$

Intégrale première

$$\boxed{\text{Donc} \quad E_C + E_P = K}$$

K est l'énergie mécanique de S…