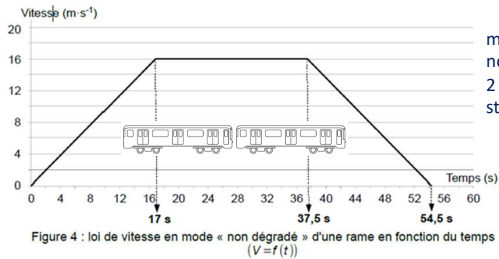


Energie théorique récupérable lors de 3 freinage de rame

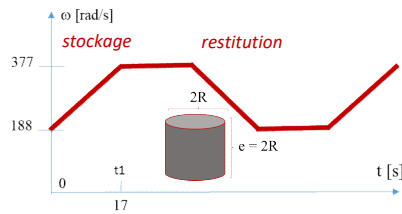


masse d'une voiture, $mV=14000$ kg
nombre maxi. de passagers par voiture, 75, soit une masse $mP=7500$ kg
2 voitures par rame
stockage prévu pour 3 freinages

$$E_c = 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} [mv + mp] \cdot [V_o^2 - V_f^2]$$

$$E_c = 33 \text{ MJ}$$

Détermination du volant d'inertie



TEC : $P = dE_c/dt \rightarrow P \cdot dt = dE_c$
On intègre entre les instants t_1 et t_2 en supposant que P est constante :

$$P \cdot [t_2 - t_1] = E_c(t_2) - E_c(t_1) = \frac{1}{2} J \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

Energie stockée

$$AN : J = 2 \cdot 33 \cdot 10^6 / (377^2 - 188^2)$$

$$J = 310 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_{\text{cylindre}} = m \cdot R^2 / 2 = \rho \cdot e \cdot \pi \cdot R^2 \cdot R^2 / 2 = \rho \cdot \pi \cdot R^5 \text{ soit } R = \sqrt[5]{J / (\rho \cdot \pi)}$$

Volume

Quel matériau à la meilleure densité d'énergie [Wh/kg] ?

Densité énergétique = Energie stockée/masse [J/kg]

$$D = E_c / (\rho \cdot e \cdot \pi \cdot R^2) = E_c / (\rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot R^3)$$

$$D_{\text{acier}} = 33 \cdot 10^6 / (7800 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,42^3) = 9,1 \text{ kJ/kg}$$

$$D_{\text{kevlar}} = 33 \cdot 10^6 / (1800 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,56^3) = 16,6 \text{ kJ/kg}$$

$$D_{\text{béton}} = 33 \cdot 10^6 / (2500 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,52^3) = 14,9 \text{ kJ/kg}$$

Uranium (fission) = 79 000 000 MJ/kg - Hydrogène = 123 MJ/kg - Essence = 47 MJ/kg - Batterie lithium = 1,8 MJ/kg

Cependant un volant d'inertie possède un excellent rendement (restitution autour de 90%), est insensible aux températures et possède un nombre de cycle quasi infini.

Quel matériau est le moins cher en €/kJ pour 1 kg de matière ?

Prix de revient par kJ stocké pour 1 kg de volant
= prix de 1kg en [€]/densité[kJ/kg]

$$PDR = \text{€}/D$$

$$\text{€ acier} = 2 \text{ €/kg}$$

$$PDR_{\text{acier}} = 2/9,1 = 0,2 \text{ €/kJ/kg}$$

$$\text{€ kevlar} = 25 \text{ €/kg}$$

$$PDR_{\text{kevlar}} = 25/16,6 = 1,5 \text{ €/kJ/kg}$$

$$\text{€ béton} = 0,25 \text{ €/kg}$$

$$PDR_{\text{béton}} = 0,25/14,9 = 0,016 \text{ €/kJ/kg}$$

Le facteur véritablement limitant lors de la conception d'un volant d'inertie réside dans sa résistance.

En effet on conçoit que le volant doit tourner rapidement pour stocker un maximum d'énergie.

Or les forces d'inertie centrifuges qui opèrent sur les masses en mouvement circulaire deviennent colossales car l'accélération centripète devient très élevée.

Certains matériaux comme le béton ne supportent pas de travailler en extension et un volant en béton mal conçu est certainement voué à la dislocation.

Un procédé utilisé est alors de précontraindre en compression le volant lors de sa fabrication de manière à ce que la contrainte réelle lors de la rotation reste malgré tout négative (compression)...

Dossier 5 – Energétique

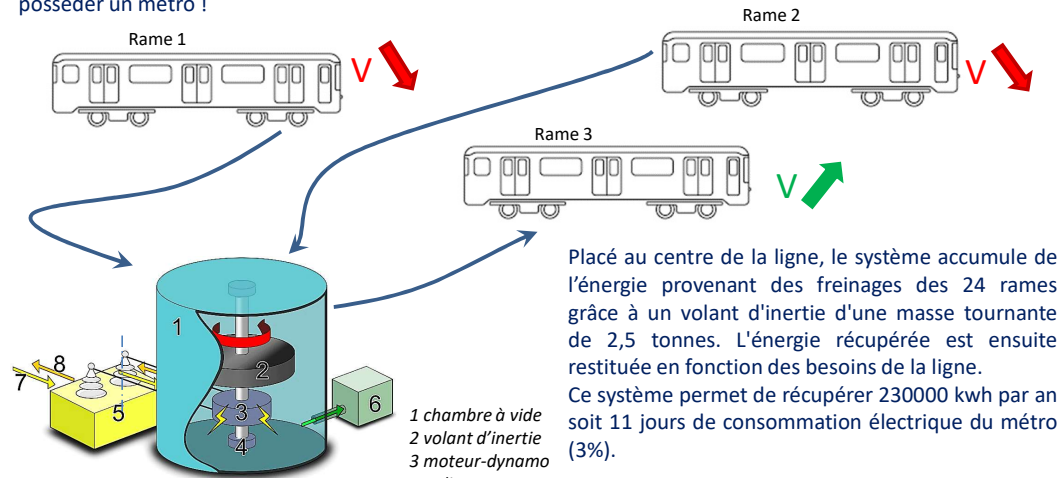
Ce document est une synthèse du cours présenté

Le métro de Rennes (2011)

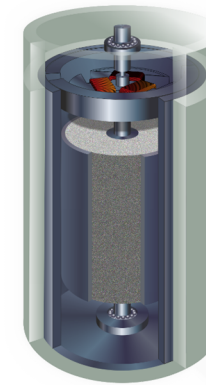
Un système à stockage inertielle (SSI) a été mis en place pour limiter les pertes liées au freinage des rames.

Une partie de cette énergie est transformée en électricité dans la rame même et stockée, via le réseau, dans un volant d'inertie central déporté en gare. Elle peut ensuite être restituée aux rames qui accélèrent.

Système unique en France en 2011 et très rare en Europe dans une ville qui fût longtemps la plus petite du monde à posséder un métro !



Volant d'inertie en carbone
(Beacon Power USA)



Volant d'inertie en béton
(Energiestro Belfort)

Le stockage de l'électricité est un enjeu stratégique de la transition énergétique.

Les volants d'inertie font aujourd'hui l'objet de nouveaux développements dans le but d'assurer le lissage de la production des énergies renouvelables (onduleurs, installation photovoltaïques...).

Différentes solutions ont été mises au point pour minimiser les pertes d'énergie pendant la phase stationnaire : l'utilisation de roulements à bille haute performance, l'enfermement du rotor dans une enceinte sous vide, la suspension magnétique de l'axe, etc...

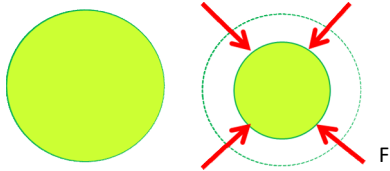
Pour le volant, des matériaux nouveaux sont aussi mis en œuvre. Auparavant réalisés en fonte ou en acier, ils sont maintenant constitués de fibres de verre ou de carbone, de kevlar, ou bien même de béton !

Energie mécanique

L'énergie mécanique permet à un corps de changer d'état, Elle possède 2 natures.

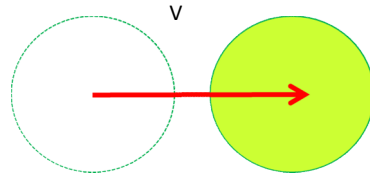
1/ Modification de la forme d'un corps

Énergie potentielle Ep



2/ Modification de la vitesse d'un corps

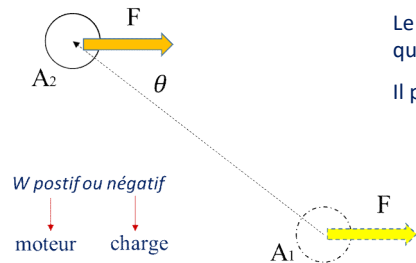
Énergie cinétique Ec



Travail d'une action mécanique

Le travail W d'une force sur un corps correspond à l'énergie qu'elle lui fournit quand son point d'application se déplace.

Il permet les déformations et/ou les mouvements.



$$W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{A_1 A_2} \text{ [J]}$$

De même

$$W = \vec{C} \cdot \vec{\theta} \text{ [J]}$$

Puissance développée par une action mécanique

La puissance correspond à la quantité d'énergie (ou travail) libérée chaque seconde par les actions extérieures à S dans son mouvement dans un repère Ro

$$P(\vec{S}/S, S/R) = \frac{\delta W(\vec{S}/S, S/R)}{\delta t} \text{ [W]}$$

[1W → 1J/s]

Théorème de l'énergie cinétique (TEC)

PFD appliqué à S :

$$\vec{F}(\vec{S}) = m \cdot \vec{a}(\vec{G}_{Ro}) = m \cdot \frac{d\vec{v}(\vec{G}_{Ro})}{dt}$$

$$\vec{M}(\vec{S}_E) = J \cdot \frac{d\vec{\omega}(\vec{S}_{Ro})}{dt}$$

Multiplication par \vec{v}

$$\textcircled{1} \quad \vec{F}(\vec{S}) \cdot \vec{v}(\vec{G}_{Ro}) = m \cdot \frac{d\vec{v}(\vec{G}_{Ro})}{dt} \cdot \vec{v}(\vec{G}_{Ro}) = \frac{d}{dt} (1/2 m v^2)$$

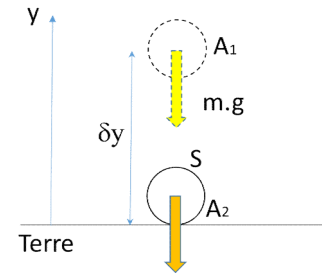
Puissance développée par F sur S

Multiplication par $\vec{\omega}$

$$\textcircled{2} \quad \vec{M}(\vec{S}_E) \cdot \vec{\omega}(\vec{S}_{Ro}) = J \cdot \frac{d\vec{\omega}(\vec{S}_{Ro})}{dt} \cdot \vec{\omega}(\vec{S}_{Ro}) = \frac{d}{dt} (1/2 J \omega^2)$$

Puissance développée par M sur S

Déformation du système « Terre + S »



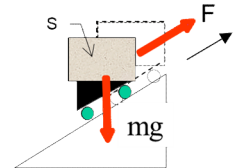
$$\delta W = \vec{m \cdot g} \cdot \overrightarrow{A_1 A_2} = m g \cdot (-\vec{y}) \cdot (\delta y) = -m g \cdot \delta y$$

$$E_p = m g \cdot y + K \text{ (constante d'intégration)}$$

Par convention, $E_p = 0$ si $y = 0 \rightarrow K = 0$

$$E_p = m \cdot g \cdot h \text{ [J]}$$

*Ep positif ou négatif selon les cas.
Ec toujours positif !*



$$P(\vec{S}/S, S/R) = \vec{F}(\vec{S}/S) \cdot \vec{v}(S/R) \text{ [W]}$$

Mouvement en translation de S



En projection :

$$\text{PFD: } F = m \cdot dv/dt \rightarrow \delta W = F \cdot \delta x = m \cdot dv/dt \cdot v \cdot dt = m \cdot v \cdot dv$$

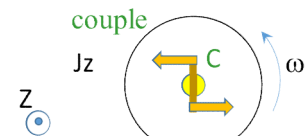
$$E_c = 1/2 m \cdot v^2 + K$$

$$E_c = 0 \text{ si } v = 0 \rightarrow K = 0$$

Primitive = $v^2/2$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ [J]}$$

Mouvement en rotation de S



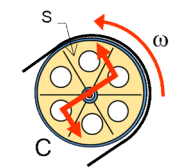
En projection

$$\text{PFD: } C = J \cdot d\omega/dt \rightarrow \delta W = C \cdot \delta \theta = J \cdot d\omega/dt \cdot \omega \cdot dt = J \cdot \omega \cdot d\omega$$

$$E_c = 1/2 J \omega^2 + K$$

$$E_c = 0 \text{ si } \omega = 0 \rightarrow K = 0$$

$$E_{cr} = \frac{1}{2} \cdot J_z \cdot \omega^2 \text{ [J]}$$



$$P(\vec{S}/S, S/R) = \vec{C}(\vec{S}/S) \cdot \vec{\omega}(S/R) \text{ [W]}$$

① + ②

$$P(\vec{S}/S, S/R_o) = \frac{d}{dt} E_{c(S/R_o)}$$

La variation instantanée d'énergie cinétique d'un système est égale à la somme de toutes les puissances développées.

Le TEC étant issu du PFD les deux écritures sont équivalentes

Si P telle que $P = -dE_p/dt$

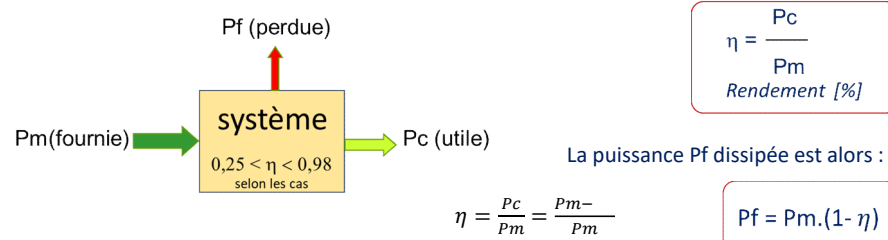
Alors le TEC devient : $-dE_p/dt = +dE_c/dt$

Soit $E_p + E_c = K$

L'énergie mécanique totale est conservée dans ce cas.

Notion de rendement

La puissance ne se conserve pas en présence de frottements.
Une partie de l'énergie est transformée en chaleur qui est échangée avec l'air ambiant.



Couple des pertes ramené sur axe moteur

$P_f = C_f \cdot \Omega_f$ → Mais c'est quoi Ω_f ???
→ on exprime C_f soit sur l'arbre moteur (Ω_m) soit sur l'arbre charge (Ω_c).

$P_f = C_{fr} \cdot \Omega_m$
r comme ramené, C_f est exprimé ici sur l'arbre moteur

$P_f = P_m \cdot (1 - \eta) = C_{fr} \cdot \Omega_m$
 $C_m \cdot \Omega_m \cdot (1 - \eta) = C_{fr} \cdot \Omega_m$

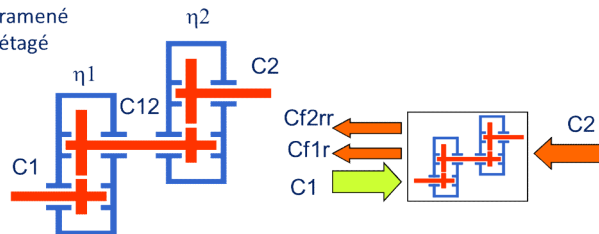
$C_{fr} = C_m \cdot (1 - \eta)$ *Cf ramené sur l'arbre moteur*

Ce couple vient pénaliser le système considéré initialement comme idéal.



Exemple

Couple de frottement ramené
Cas d'un réducteur bi-étagé



$C_{f1r} = C_1 \cdot (1 - \eta_1)$ sur arbre moteur

$C_{f2r} = C_{12} \cdot (1 - \eta_2)$ sur arbre intermédiaire

Or $C_{12} = (1/k_1) \cdot (C_1 - C_{f1r})$

$C_{f2rr} = k_1 \cdot C_{f2r}$ sur arbre moteur

Soit $C_{f2rr} = C_1 \cdot \eta_1 \cdot (1 - \eta_2)$