

Et alors pour fabriquer le VTT ?

On impose 2 critères :

- 1/ géométrie : longueur L et épaisseur e sont fixées,
- 2/ rigidité : flèche δ est fixée pour une force donnée.

Quel matériau permet de fabriquer le cadre du VTT à moindre coût à rigidité égale ?

→ On va donc jouer avec la valeur de r...

Exprimer la masse m du tube **supposé mince** de masse volumique ρ :

$$m = \rho \cdot Vol = \rho \cdot 2\pi \cdot r \cdot e \cdot L$$

Section déroulée e 

Exprimer r en fonction de L, e et de δ qui sont fixés :

$$r = L \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot e^2}{\delta \cdot 3 \cdot \pi \cdot E} \cdot \frac{1}{E}}$$

En déduire la masse m en fonction du matériau (donc de E) :

$$m = \rho \cdot 2\pi \cdot L^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot e^2}{\delta \cdot 3 \cdot \pi \cdot E} \cdot \frac{1}{E}} = 2\pi \cdot L^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot e^2}{\delta \cdot 3 \cdot \pi \cdot E} \cdot \frac{\rho}{E}}$$

Constant quel que soit le matériau

En déduire les indices de prix « p » pour chaque matériau :

$$p = (\text{prix au kg}) \cdot \frac{\rho}{\sqrt[3]{E}}$$

Résultats

matériaux	bois	aluminium	acier
E [Gpa]	15	70	210
ρ [kg/m3]	700	2700	7800
$\frac{\rho}{\sqrt[3]{E}}$	286	664	1336
prix [k€/kg]	0,6	2,6	0,5
indice prix [k€/kg]	172	1728	668

Aujourd'hui l'acier est le matériau le plus courant pour la composition d'un cadre. Il est facile à travailler mais sujet à la corrosion s'il est mal protégé.

C'est vers 1800 que les premiers cadres apparaissent et ils sont en bois, matériau facile à trouver et à travailler.

Les cadres en aluminium se sont démocratisés après 1970, lorsque les technologies de soudure sont devenues plus économiques pour des productions à grande échelle.

Les cadres les plus performants sont désormais en carbone. Le carbone seul est trop rigide pour le corps humain et des composants du VTT sont en matériaux plus souples pour compenser et amortir un peu les chocs transmis au cycliste.

Mais certains continuent à travailler le bois ou le bambou à l'esthétique incomparable, un critère de plus ! ...

4

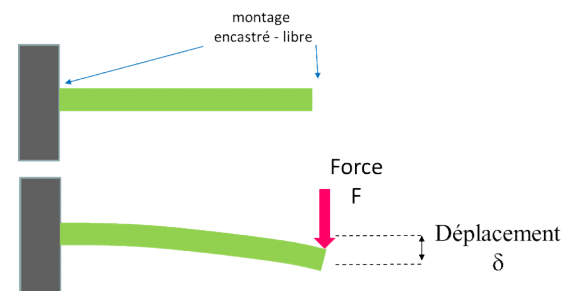
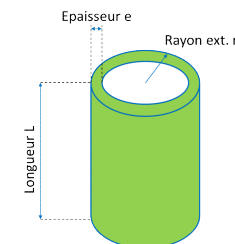
Dossier découverte 1

Aspect matériaux

Ce document est une synthèse du cours présenté

Problématique

Pour fabriquer le cadre du VTT on utilise des tubes dont la géométrie est la suivante :



Afin de mener une étude comparative entre matériaux on réalise des essais durant lesquels les tubes du cadre fléchissent comme indiqué ci-contre.

L'expression du déplacement δ (on dit aussi la flèche en mécanique) en fonction des paramètres de l'essai est la suivante :

On remarque qu'il est logiquement fonction de :

- la force appliquée
- la section du tube
- sa longueur

Mais il est aussi fonction d'une propriété INTRINSEQUE au matériau : SA RIGIDITE E

$$\delta = F \cdot \frac{1}{3 \cdot \pi \cdot e \cdot r^3} \cdot L^3 \cdot \frac{1}{E} \rightarrow ?$$

Relation admise car de niveau L2 Spé.



Comme on a besoin d'établir des échelles de valeurs dès le plus jeune âge, il convient de CARACTERISER les propriétés des matériaux afin de les classer.

On désire réaliser un VTT dont le cadre réunit ces trois propriétés à priori incompatibles que sont :

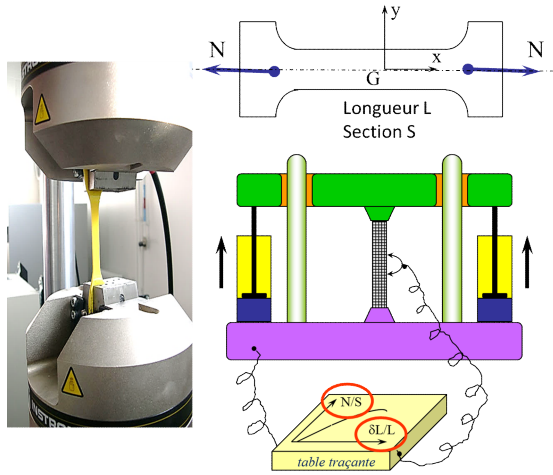
- la rigidité,
- la légèreté,
- le faible coût...

1

Comment caractériser la rigidité d'un matériau ?

On utilise des essais normalisés (c'est-à-dire qui respectent certaines conditions et des protocoles donnés) sur une machine appelée machine de TRACTION.

Elle permet de tirer sur une éprouvette constituée du matériau étudié et d'enregistrer la déformation de celle-ci en fonction de la force appliquée rapportée à la section de l'éprouvette.



N est ici l'effort de traction appliqué.

S est ici la section de l'éprouvette

N/S est l'effort rapporté à la section, encore appelé CONTRAINTE NORMALE

L est ici la longueur de l'éprouvette

δL est son allongement

$\delta L/L$ est la DEFORMATION de l'éprouvette;

Unités :

- N/S est en $[N/m^2]$ ou encore $[Pa]$
- $\delta L/L$ est un pourcentage [%]

Résultats des essais

Les essais produisent des courbes telles que ci-dessous pour les matériaux dits DUCTILES (métaux par exemple).

La courbe possède un domaine intéressant et pratique car linéaire.

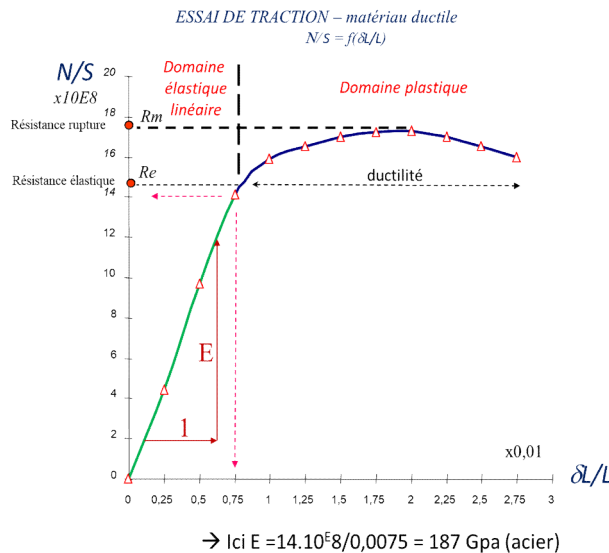
Dans ce domaine dit ELASTIQUE le matériau se comporte comme un ressort. La déformation est simplement proportionnelle à l'effort appliqué. On sait aussi que tant que l'on reste dans le domaine élastique la rupture du matériau ne se produira pas.

La pente de cette portion de droite définit la RIGIDITE E du matériau. E est aussi appelé MODULE D'YOUNG ou MODULE D'ELASTICITE LONGITUDINALE.

$$\frac{N}{S} = E \cdot \frac{\delta L}{L}$$

E s'exprime donc en $[Pa]$

Le second domaine plus complexe est le domaine dit PLASTIQUE où la capacité du matériau à se déformer beaucoup mais de façon irréversible est résumée sous le terme de sa DUCTILITE.

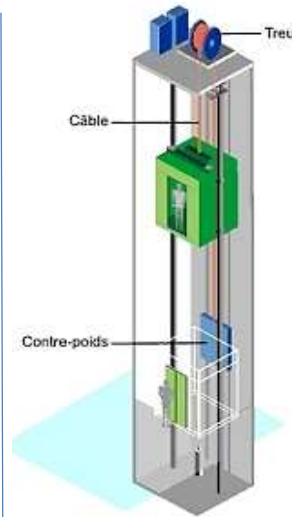


2

Exemple 1

De combien s'allonge le câble de l'ascenseur quand les personnes entrent dans la cabine ?

- 5 Personnes de 80kg
- L câble = 30 m
- Câble acier de rayon 5 mm
- Eacier = 190 GPA



5 Personnes développent un effort N :

$$N = 5 \cdot 80 \cdot 9,81 \approx 4000 \text{ N}$$

Sous l'effet des 4000 N appliqués le câble va s'allonger de δL :

$$\delta L = \frac{N \cdot L}{E \cdot S} \quad \text{Section câble } S$$

$$\delta L = 4000 \cdot 30 / (190 \cdot 10^9 \cdot \pi \cdot 0,005^2) = 0,008 \text{ m} = 8 \text{ mm}$$

Exemple 2

Calcul du ressort équivalent, c'est-à-dire du ressort qui se comporte exactement comme le matériau d'une section et longueur données.

L'allongement d'un ressort est proportionnel à l'effort appliqué. Sa loi de comportement s'exprime donc par l'équation de la droite sur le graphe :

$$N = K \cdot \delta L$$



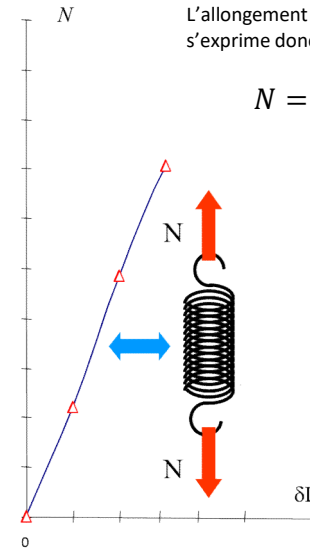
Ne pas confondre rigidité E et raideur k
 $[Pa]$ $[N/m]$

$$\frac{N}{S} = E \cdot \frac{\delta L}{L} \text{ pour le matériau}$$

$$N = k \cdot \delta L \text{ pour le ressort}$$

$$k = E \cdot \frac{S}{L}$$

Raideur k du ressort équivalent au matériau de rigidité E ...



Bilan sur quelques propriétés et matériaux

On observe que le matériau idéal n'existe tout simplement pas sur la Terre, surtout si on ajoute aux critères la notion de coût...

	Rigidité	Résistance	Masse volumique	Ductilité
Métaux	😊	😊	😞	😊
Plastiques	😐	😐	😊	?
Céramiques	😊	😊	😐	😞

3